

## PRUEBA DIAGNÓSTICA

En cada ejercicio marque la única opción correcta

1.  $2 - \left(-\frac{8}{5}\right) \cdot \frac{1}{5}$  es igual a

a)  $\frac{18}{25}$

b)  $\frac{2}{25}$

c)  $\frac{58}{25}$

d)  $\frac{42}{25}$

2.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$  es igual a

a)  $\frac{5}{36}$

b) 0

c)  $\frac{1}{4}$

d)  $\frac{2}{25}$

3.  $\frac{2}{x} + \frac{3}{2x}$  es igual a

a)  $\frac{5}{3x}$

b)  $\frac{7}{2x}$

c)  $\frac{5}{2x^2}$

d)  $\frac{7}{2x^2}$

4.  $x - \frac{3-x}{2} + \frac{3+x}{2}$  es igual a

a)  $x$

b)  $2x$

c)  $x-3$

d)  $3+2x$

5. Si  $\frac{4-x}{6} - \frac{2-3x}{4} = 2+x$  entonces  $x$  es igual a

a) 0

b)  $-\frac{22}{23}$

c)  $-\frac{11}{5}$

d)  $-\frac{22}{5}$

6.  $\left(\frac{6}{5}\right)^3 \left(\frac{10}{3}\right)^3 - 7^3 \left(\frac{3}{7}\right)^3$  es igual a

a) 37

b) -23

c) 1

d) -1

7. La suma de todos los  $x$  que verifican  $2x^2 + 2x - 24 = 0$  es igual a

a) 2

b) -2

c) -1

d) 1

8. Por un reproductor de DVD comprado en una liquidación con el 20% de descuento sobre el precio de lista, se pagaron \$350. ¿Cuál era el precio de lista?

a) \$280

b) \$70

c) \$420

d) \$437,50

## EJERCICIOS

### OPERACIONES ALGEBRAICAS

1. Calcular.

a)  $-5 - (5 - (-4)) - (-1 + 7)$

b)  $10 - 3 - (-3 + 5 - (-1))$

c)  $2 - \left(-\frac{8}{5}\right) - \frac{1}{5}$

d)  $-\frac{19}{20} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$

e)  $\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

f)  $3 - \frac{2}{21} - \frac{5}{9}$

2. Calcular.

a)  $5(-2)(-1) - 3(-8) + 8(-1)$

b)  $\frac{7}{6} \cdot \frac{9}{14}$

c)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{5}\right)$

d)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)$

e)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}$

f)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{5}$

3. Calcular.

a)  $(-1)^3 \cdot 2^2 \cdot 3 + ((-3)^2)^3 - (-4) \cdot 2^2$

b)  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)^2 + 5\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2$

c)  $\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^{-1} + 2\left(-\frac{3}{2}\right) + (-2)^{-2}\left(\frac{1}{4^{-1}}\right)$

d)  $-\left(-\frac{7}{3}\right)^{-2} - \frac{6}{5}\left(-\frac{10}{21}\right) + (-7)^{-1}\sqrt{\frac{25}{49}}$

e)  $\sqrt[3]{-8} + \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{18}\right)^{\frac{1}{2}}$

f)  $5 + \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(5 + \frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

g)  $\left(\frac{6}{5}\right)^5 \left(\frac{10}{3}\right)^5 - 7^3 \left(\frac{3}{7}\right)^7$

h)  $(\sqrt[3]{2})^{-2} (\sqrt[3]{2})^2 + 3$

4. Reducir a una sola fracción.

a)  $\frac{7}{\frac{6}{14} \cdot \frac{9}{9}}$

b)  $\frac{2}{\frac{5}{5} \cdot \frac{2}{2}}$

c)  $\frac{2}{\frac{3}{4}}$

d)  $\frac{2}{\frac{3}{4}}$

5. Escribir en forma más simple.

a)  $3\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

b)  $3\sqrt{2} + \sqrt{8}$

c)  $\sqrt{72} + \sqrt{98}$

d)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{12}}{\sqrt{3} - \sqrt{12}}$

e)  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$

f)  $\frac{\sqrt{x^2 + 4} + 5}{\sqrt{x^2 + 4} - 3}$

6. Eliminar los exponentes negativos y escribir en forma más simple.

a)  $\left[ \left( \frac{1}{7} \right)^2 \cdot 7^{-3} \right]^{\frac{2}{5}}$

b)  $\left[ \left( \frac{2}{9} \right)^4 \cdot \left( \frac{9}{2} \right)^{-2} \right]^{\frac{1}{6}}$

c)  $\left( 3^{\frac{7}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$

d)  $\left( 32^{\frac{2}{5}} \right)^{-\frac{3}{2}}$

7. Calcular el valor de las siguientes expresiones en cada caso.

$a - (b - c)$

$a - b - c$

$a(b - c)$

$a \cdot b - c$

a)  $a = 3; b = 5; c = -2$

b)  $a = \frac{2}{3}; b = 1; c = 4$

c)  $a = \frac{1}{5}; b = -\frac{1}{3}; c = \frac{2}{9}$

d)  $a = x; b = 3x; c = 5$

e)  $a = x^2; b = x; c = x - 1$

f)  $a = \frac{1}{x}; b = 3x; c = x$

8. Desarrollar.

a)  $(x+3)(x+3)$

b)  $(x-5)^2$

c)  $(1-3a^2)^2$

d)  $(3x^3 + 2y)^2$

e)  $(2x^2 - x)^2$

f)  $(x+5)(x-5)$

g)  $(2x-3)(2x+3)$

h)  $\left( -\frac{3}{4}x + \sqrt{5} \right) \left( \frac{3}{4}x + \sqrt{5} \right)$

9. Calcular el valor de las siguientes expresiones en cada caso.

$$(3a)^2 + b^2 \quad (3a+b)^2 \quad a + \frac{1}{h} \quad \frac{a+1}{b} \quad \frac{a+b}{a}$$

a)  $a = 5; b = 2$       b)  $a = -1; b = \sqrt{5}$       c)  $a = x+1; b = x+2$   
 d)  $a = x+3; b = -x$       e)  $a = 5x; b = 2x$       f)  $a = x-1; b = x$

10. Reducir a una sola fracción.

a)  $\frac{5a^3b^2}{3ab^4} \cdot \frac{27ab}{20a^2b^3}$       b)  $\frac{\frac{5a^3}{4b^2}}{\frac{3b}{a^2}}$       c)  $\frac{5a^2b^4}{\frac{4ab^2}{3a^3b}} \cdot \frac{a^2b^5}{a^2b^5}$

d)  $\frac{\frac{xy^2}{z}}{xy}$       e)  $\frac{\frac{xy^2}{z}}{xy}$       f)  $3 + \frac{x+1}{\frac{y}{6xy}}$

g)  $\frac{8xy}{4 - \frac{1-x}{y}}$       h)  $\frac{5x^2y^3}{3 + \frac{y+x^2}{y^2}}$

11. Hallar el valor de  $x$ .

a)  $\frac{(2x)^5}{3(x^2)^3} = \frac{7}{4}$       b)  $(4x)^5(8x^2)^{-3} = 1$       c)  $\sqrt{\frac{x-4}{3}} = 2$   
 d)  $\frac{2 + \sqrt{2x-2}}{2} = 3$       e)  $\sqrt[3]{x+1} = -2$       f)  $-5 + \sqrt[3]{x+2} = -1$

12. Eliminar los exponentes negativos y escribir en forma más simple.

a)  $\frac{3x^2y^{-3}}{2x^{-3}y^4}$       b)  $\frac{6x^4y^{-2}}{4x^{-2}y^{-5}}$       c)  $\frac{(3x)^2y^{-3}}{2x^3(2y)^{-4}}$   
 d)  $\frac{x+y}{x^{-1}+y^{-1}}$       e)  $\frac{x^{-2}+y^{-2}}{x^2+y^2}$

13. Hallar el valor de  $x$ .

a)  $x^{\frac{1}{3}} = 3$

b)  $4x^{\frac{1}{5}} = -2$

c)  $(4x)^{\frac{1}{5}} = -2$

d)  $x^{-\frac{1}{3}} = 2$

e)  $x \cdot \sqrt[3]{x^{-2}} = -4$

f)  $x^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}} = 5$

g)  $(\sqrt[5]{x})^2 x^{-\frac{7}{5}} = 7$

h)  $\frac{x \cdot x^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2}$

i)  $\frac{x^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{3}{5}}}{x} = \frac{1}{3}$

14. Una pastilla que pesa 2g, contiene 25% de aspirina, 35% de vitamina C y el resto es excipiente. ¿Cuántos gramos de cada sustancia contiene?

15. A un artículo que cuesta \$750 se aplica el 8% de descuento. Al precio resultante se aplica un aumento del 8%. ¿Cuánto cuesta ahora?

16. Un bidón contiene 18 litros de aceite. Si se sacan 6,75 litros, ¿qué porcentaje de aceite queda en el bidón?

17. El domingo en el club  $\frac{2}{5}$  de los presentes jugaban hockey y  $\frac{1}{4}$  jugaban fútbol. ¿Qué porcentaje de los presentes jugaban y que porcentaje no jugaban?

18. El rendimiento de un plantación de frutales aumenta el 10% cada año, durante los primeros 4 años y luego decrece 5% por año. Si en el primer año el rendimiento fue de \$100000, ¿cuál será el rendimiento en el 5to año?

19. Doña Josefa toma café con leche en el desayuno: se sirve una taza con  $\frac{3}{4}$  de café y  $\frac{1}{4}$  de leche. Cuando tomó la mitad de la taza, vuelve a llenar la taza con café. Repite la misma operación otras 3 veces. ¿Qué proporciones de leche y de café tiene la última taza que se sirvió?

20. Un automóvil viaja a 80km/h y es pasado por una camioneta que a los 6 segundos se encuentra 44m más adelante que el auto. ¿A qué velocidad va la camioneta?

21. Un automovilista parte de su casa que está en el mojón que indica el km 70 de una ruta; cuando pasa por el mojón del km 13 su cuentakilómetros marca 123270. A la vuelta, pasa por el mojón del km 42 cuando su cuentakilómetros marca 123355. ¿Cuántos kilómetros recorrió en su viaje hasta volver a su casa?

## ECUACIONES LINEALES

En los ejercicios 22 al 33, resolver la ecuación.

$$22. 7 - (-8) - x = 4 - (2 - 9)$$

$$23. 3 - (1 - x) = 4 + x - (2 + x)$$

$$24. -(8 - 4) + 6x - (3x - 3) = -4 + 2x - 9$$

$$25. 2(5x + 3) = -4$$

$$26. 5(-3 + x) - (1 + x)(-2) = 2$$

$$27. \frac{1}{2} + \frac{3}{5}x - 2\left(x + \frac{2}{3}\right) = 5$$

$$28. \frac{2x - 5}{x + 1} = 3$$

$$29. \frac{3 - x}{5} + \frac{2 + x}{4} = x + 3$$

$$30. \frac{8 - 5x}{5} = x + 1$$

$$31. \frac{x + 3(x + 1)}{3(x + 1)} = 2$$

$$32. \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{5}{4}$$

$$33. \frac{2}{x + 1} - \frac{1}{2(x + 1)} = 3$$

En los ejercicios 34 al 41 plantear la ecuación y resolverla.

34. Si al doble de un número le sumamos 4 el resultado es 14; hallar el número.

35. Pienso en un número, le resto 9 y multiplico esa diferencia por 4; si el resultado es 56, ¿cuál era el número que pensé?

36. La suma de tres números enteros consecutivos es 54. ¿Cuáles son los números?

37. Los lados de un triángulo miden  $x$ ,  $x-5$  y  $x+3$  cm. Si el perímetro es 25 cm, ¿cuánto mide cada lado?
38. La suma de 5 números impares consecutivos es 55. ¿Cuáles son los números?
39. La suma de un número par más los dos impares que le siguen y los dos pares que lo preceden es 968 ¿Cuál es ese número?
40. Un grupo de jóvenes visita el zoológico: la quinta parte del grupo se detiene a ver los leones, la tercera parte ve a los tigres, el triple de la diferencia entre estos dos se fue a ver las jirafas, y un joven quedó solo viendo a los osos. ¿Cuántos jóvenes fueron de visita al zoológico?
41. La gata de Pedro tuvo cría, y Pedro decide regalar los gatitos a sus amigos: a José le regala la mitad de la camada más media cría, a Pablo le regaló la mitad de las que le quedan más media cría, y la cría restante se la regala a Guido. ¿Cuántas crías tuvo la gata de Pedro?

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

En los ejercicios 42 al 56 resolver la ecuación.

42.  $(2x - 1)(3x + 5) = 0$

43.  $2x^2 - 3x = 0$

44.  $6x^2 - 24 = 0$

45.  $3x^2 + 12 = 0$

46.  $x^2 + x - 12 = 0$

47.  $6x^2 + x - 1 = 0$

48.  $3x^2 - 2x - 2 = 0$

49.  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

50.  $x^2 + x + 1 = 0$

51.  $x^2 - 5x + 6 = 0$

52.  $9x^2 + 30x + 25 = 0$

53.  $x^2 + 6x + 8 = 0$

54.  $x(x+5) = 66$

55.  $(-x+8)(2x+3) = 0$

56.  $4x^2 - 25 = 0$

En los ejercicios 57 al 59 plantear la ecuación y resolverla.

57. Calcular las medidas de la base y la altura de un triángulo de área  $12\text{cm}^2$ , sabiendo que la base mide 2 cm más que la altura.

58. El producto de dos números enteros consecutivos supera a su suma en 5; ¿cuáles son esos números?

59. Se tienen dos números consecutivos. Si a cada uno se le suma 1, la suma de los cuadrados aume en 76. ¿Cuáles son esos dos números?

En los ejercicios 60 al 66 resolver la ecuación.

60.  $-2x^2 + 3x + 1 = x^2 + 2x - 1$

61.  $x^2 + 3x + 1 = 4x + 1$

62.  $x^2 - 6x + 6 = -x^2 + 6x - 12$

63.  $-2x^2 - 5x - 4 = -x - 1$

64.  $\frac{3\sqrt{6x^2 + 4}}{4} = \frac{15}{2}$

65.  $\frac{21 + \sqrt{8x^2 + 7}}{10} = \frac{12}{5}$

66.  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{2}{5}$

En los ejercicios 67 al 72 plantear la ecuación y resolverla.

67. Hallar las longitudes de los lados de un rectángulo de  $6\text{ cm}^2$  de área si el ancho es 1 cm más largo que el alto.



68. En un triángulo rectángulo un cateto mide 7 cm más que el otro y la hipotenusa mide 13cm. ¿Cuál es la longitud del cateto menor?

69. En un triángulo rectángulo un cateto es  $\frac{3}{4}$  del otro y la hipotenusa mide 5 cm. ¿Cuánto miden los catetos?

70. Un número entero sumado a su cuadrado da como resultado 42. ¿Cuál es el número?. ¿hay uno solo?

71. Considere tres enteros consecutivos: el cuadrado del mayor de ellos es igual a la suma de los otros dos más 38. ¿Cuál es el mayor de esos tres números?

72. La suma de los cuadrados de tres enteros consecutivos es igual a 77. ¿Cuáles son esos números?

## PRUEBA DE SALIDA

En cada ejercicio marque la única opción correcta

1.  $\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{9}{4}$  es igual a

a)  $-\frac{1}{4}$

b)  $\frac{15}{8}$

c)  $\frac{7}{4}$

d)  $\frac{5}{4}$

2.  $\frac{3x-7}{3} - \frac{2x-5}{2}$  es igual a

a)  $\frac{1}{6}$

b)  $-\frac{29}{6}$

c)  $-12$

d)  $-2$

3.  $\frac{(x^2+5)^2 - (x^4-25)}{x^2+5}$  es igual a

a)  $-x^4 + x^2 + 30$

b)  $10$

c)  $\frac{50}{x^2+5}$

d)  $\frac{10x^2}{x^2+5}$

4. Si  $\frac{3x+4(x-1)}{2(x-1)} = -1$  entonces  $x$  es igual a

a)  $\frac{2}{3}$

b)  $-1$

c)  $-2$

d)  $\frac{2}{9}$

5. El menor valor de  $x$  que verifica  $\frac{12}{x+3} + \frac{x}{x-3} = 4$  es

a)  $-15$

b)  $0$

c)  $-5$

d)  $5$

6. El paquete de galletitas cuesta \$0,50. En una oferta especial venden tres paquetes por \$1,38. ¿Cuál es el porcentaje de descuento?

a) 25%

b) 0,8%

c) 4%

d) 8%

## EJEMPLOS RESUELTOS

### OPERACIONES ALGEBRAICAS

1. Calcular.

$$\blacklozenge 3 - (5 - 7) + (7 - (-2)) = 3 - (-2) + (7 + 2) = 3 + 2 + 9 = 14 ;$$

$$\text{otra forma: } 3 - (5 - 7) + (7 - (-2)) = 3 - 5 + 7 + 7 - (-2) = 3 - 5 + 7 + 7 + 2 = 14$$

$$\blacklozenge \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - 2 = \frac{10}{12} + \frac{3}{12} - \frac{24}{12} = \frac{10 + 3 - 24}{12} = -\frac{11}{12} ;$$

$$\text{otra forma: } \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - 2 = \frac{\frac{12}{6} \cdot 5 + \frac{12}{4} \cdot 1 - \frac{12}{1} \cdot 2}{12} = -\frac{11}{12}$$

2. Calcular

$$\blacklozenge (6+5)(-2) = 11(-2) = -22 ;$$

$$\text{otra forma: } (6+5)(-2) = 6(-2) + 5(-2) = -12 - 10 = -22$$

$$\blacklozenge 6 + 5(-2) = 6 - 10 = -4$$

$$\blacklozenge (-7)(-2) + 3(-5) = 14 - 15 = -1$$

$$\blacklozenge (-7)(-2) + 3 - 5 = 14 + 3 - 5 = 12$$

$$\blacklozenge \frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{4 \cdot (-5)}{9 \cdot 6} = \frac{-20}{54} = -\frac{10}{27}$$

3. Calcular.

$$\blacklozenge (-3)^2 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} + (-1)^3 (2^2)^3 = 9 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} + (-1)2^6 = \frac{90}{3} - 2^6 = 30 - 64 = -34$$

$$\blacklozenge \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{3}{8}} = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 + \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{25}{9} + \frac{1}{2} = \frac{59}{18}$$

4. Reducir a una sola fracción.

$$\diamond \frac{\frac{5}{6}}{\frac{15}{8}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{15} = \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 15} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

$$\diamond \frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{24}{5}$$

$$\diamond \frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

5. Escribir en forma más simple.

$$\diamond \sqrt{20} - 3\sqrt{45} = \sqrt{4 \cdot 5} - 3\sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - 3\sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 3 \cdot 3\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$$

$$\diamond \frac{2 + \sqrt{6}}{2 - \sqrt{6}} = \frac{(2 + \sqrt{6})(2 + \sqrt{6})}{(2 - \sqrt{6})(2 + \sqrt{6})} = \frac{2^2 + (\sqrt{6})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{2^2 - (\sqrt{6})^2} = \frac{10 + 4\sqrt{6}}{-2} = -5 - 2\sqrt{6}$$

6. Eliminar los exponentes negativos y escribir en forma más simple.

$$\diamond \left( 3^{\frac{2}{5}} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{-2} \right)^{\frac{5}{4}} = \left( 3^{\frac{2}{5}} \cdot 3^2 \right)^{\frac{5}{4}} = \left( 3^{\frac{12}{5}} \right)^{\frac{5}{4}} = 3^{\frac{12 \cdot 5}{5 \cdot 4}} = 3^3 = 27$$

Ahora se pueden hacer los ejercicios 1 al 6.

7. Calcular el valor de las siguientes expresiones en cada caso.

$$a - (b - c)$$

$$a - b - c$$

$$a(b - c)$$

$$a \cdot b - c$$

$$\diamond a = 9; b = -\frac{1}{3}; c = \frac{2}{5}$$

$$a - (b - c) = a - b + c = 9 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{146}{15}$$

$$a - b - c = 9 + \frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{134}{15}$$

$$a(b-c) = 9\left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right) = 9\left(-\frac{11}{15}\right) = -\frac{33}{5}$$

$$ab-c = 9\left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{2}{5} = -3 - \frac{2}{5} = -\frac{17}{5}$$

◆  $a = x; b = \frac{2}{x}; c = -3x$

$$a - (b - c) = a - b + c = x - \frac{2}{x} - 3x = \frac{x^2 - 2 - 3x^2}{x} = \frac{-2x^2 - 2}{x}$$

$$a - b - c = x - \frac{2}{x} + 3x = \frac{x^2 - 2 + 3x^2}{x} = \frac{4x^2 - 2}{x}$$

$$a(b - c) = x\left(\frac{2}{x} + 3x\right) = 2 + 3x^2$$

$$ab - c = x \cdot \frac{2}{x} - (-3x) = 2 + 3x$$

8. Desarrollar.

◆  $(3x - 5)^2 = (3x - 5)(3x - 5) = 3x \cdot 3x - 5 \cdot 3x + 3x(-5) + 25 = 9x^2 - 30x + 25$

O también:  $(3x - 5)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-5) + (-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$

◆  $(3x + y)(3x - y) = 3x \cdot 3x + 3x(-y) + y \cdot 3x + y(-y) = 9x^2 - 3xy + 3xy - y^2 = 9x^2 - y^2$

O también:  $(3x + y)(3x - y) = (3x)^2 - y^2 = 9x^2 - y^2$

◆  $(2x^2 + \sqrt{5})(2x^2 - \sqrt{5}) = 2x^2 \cdot 2x^2 + 2x^2 \cdot (-\sqrt{5}) + \sqrt{5} \cdot 2x^2 - (\sqrt{5})^2 =$

$$= 4x^4 - 2\sqrt{5}x^2 + 2\sqrt{5}x^2 - 5 = 4x^4 - 5$$

O también:  $(2x^2 + \sqrt{5})(2x^2 - \sqrt{5}) = (2x^2)^2 - (\sqrt{5})^2 = 4x^4 - 5$

9. Calcular el valor de las siguientes expresiones en cada caso.

$$(3a)^2 + b^2$$

$$(3a + b)^2$$

$$a + \frac{1}{b}$$

$$\frac{a+1}{b}$$

$$\frac{a+b}{a}$$

◆  $a = -2; b = 5$

$$(3a)^2 + b^2 = (3(-2))^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$(3a+b)^2 = (3(-2)+5)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$a + \frac{1}{b} = -2 + \frac{1}{5} = -\frac{9}{5}$$

$$\frac{a+1}{b} = \frac{-2+1}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{-2+5}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$\blacklozenge a = 2x; b = x-1$$

$$(3a)^2 + b^2 = (3 \cdot 2x)^2 + (x-1)^2 = 36x^2 + x^2 - 2x + 1 = 37x^2 - 2x + 1$$

$$(3a+b)^2 = (3 \cdot 2x + x - 1)^2 = (7x-1)^2 = 49x^2 - 14x + 1$$

$$a + \frac{1}{b} = 2x + \frac{1}{x-1} = \frac{2x(x-1)+1}{x-1} = \frac{2x^2 - 2x + 1}{x-1}$$

$$\frac{a+1}{b} = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{2x+x-1}{2x} = \frac{3x-1}{2x}$$

#### 10. Reducir a una sola fracción

$$\blacklozenge \frac{3x^2y}{5z} \cdot \frac{6x^3}{5y^3z^2} = \frac{3 \cdot 6 \cdot x^2yx^3}{5 \cdot 5 \cdot zy^3z^2} = \frac{18x^5}{25y^2z^3}$$

$$\blacklozenge \frac{14x^3y^2}{3z^4} = \frac{14x^3y^2}{3z^4} \cdot \frac{9z^2x}{24y^3} = \frac{14 \cdot 9 \cdot x^3y^2z^2x}{3 \cdot 24 \cdot z^4y^3} = \frac{7x^4}{4yz^2}$$

$$\blacklozenge 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x} = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{1}{-1-x} = \frac{x+1}{-x(1+x)} = -\frac{1}{x}$$

11. Hallar el valor de  $x$ .

$$\diamond \left(\frac{1}{2}x\right)^7 (3x^2)^{-4} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{2^7} \cdot x^7 \cdot 3^{-4} \cdot x^{-8} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{2^7} \cdot x^7 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{x^8} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{1}{2^7 3^4 x} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{36}{2^7 3^4} = x$$

$$\frac{2^2 3^2}{2^7 3^4} = x$$

$$x = \frac{1}{2^5 3^2} = \frac{1}{288}$$

$$\diamond \frac{\sqrt{3x+1}}{5} = 2$$

$$\sqrt{3x+1} = 10$$

$$3x+1 = 10^2$$

$$3x = 99$$

$$x = 33$$

12. Escribir en forma mas simple

$$\diamond \frac{5x^3 y^2 z}{4x^2 y^3 z^{-3}} = \frac{5x^3 z z^3}{4x^2 y^3 y^2} = \frac{5xz^4}{4y^5}$$

13. Hallar el valor de  $x$ .

$$\diamond 2x^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$x^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$x = \frac{27}{8}$$

$$\diamond \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{x}}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}}{x} = \frac{1}{2}$$

$$x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1} = \frac{1}{2}$$

$$x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - 1} = \frac{1}{2}$$

$$x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{2}$$

$$\left(x^{-\frac{1}{6}}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$x^{-1} = \frac{1}{2^6}$$

$$x = 2^6 = 64$$

Ahora se pueden hacer los ejercicios 7 al 21.

## ECUACIONES LINEALES

Juan utilizó 94,2 metros lineales de chapa para construir un silo; Marcos le preguntó qué radio tenía el silo.

Como el silo es un cilindro y la base es una circunferencia de perímetro  $2\pi$  por radio, llamamos  $x$  al radio de la circunferencia, y planteamos

$$2\pi x = 94,2$$

$$x = \frac{94,2}{2\pi}$$

$$x = 15$$

si consideramos  $\pi$  como 3,14

El radio es 15 metros, esa es la respuesta que debe dar Juan.

Lucas utilizó 220 metros de alambre para cercar un terreno rectangular que tiene de fondo 25 metros más que de frente. ¿Qué dimensiones tiene el terreno?

Llamamos  $x$  al frente del terreno

$$2x + 2(x + 25) = 220$$

$$2x + 2x + 50 = 220$$

$$4x = 220 - 50$$

$$x = 42,5 \quad x + 25 = 67,5$$

Estos problemas se resolvieron mediante *ecuaciones lineales*.

Una ecuación es una igualdad que contiene uno o más números desconocidos llamados incógnitas.

Una ecuación es lineal si la incógnita está elevada a la primera potencia.

Ejemplos:

$$2x + 1 = 7, \quad 3(x + 5) = -2(5x + 2), \quad \frac{x+1}{3} = \frac{x+2}{4} \quad \text{son ecuaciones lineales.}$$

Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que hace verdadera la igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond 5(x+3) &= 2x-9 \\ 3x &= -24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x+15 &= 2x-9 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

$$5x - 2x = -9 - 15$$

$$\diamond x + 5\left(3x - \frac{2}{3}\right) = -2$$

$$x + 15x - \frac{10}{3} = -2$$

$$x + 15x = -2 + \frac{10}{3}$$



$$16x = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{4}{3 \cdot 16} = \frac{1}{12}$$

$$\diamond \frac{4-3x}{6} - \frac{2+x}{4} = 5-x$$

$$\frac{2(4-3x) - 3(2+x)}{12} = 5-x$$

$$2(4-3x) - 3(2+x) = 12(5-x)$$

$$8-6x-6-3x = 60-12x$$

$$-6x-3x+12x = 60-8+6$$

$$3x = 58$$

$$x = \frac{58}{3}$$

$$\diamond 2x+3-5x = -3(x+1)+2$$

$$-3x+3 = -3x-3+2$$

$$-3x+3 = -3x-1$$

$$3 = -1 \text{ FALSO!!!!}$$

Entonces no hay ningún valor de  $x$  que satisfaga la ecuación. En este caso llegar a esta conclusión significa resolver la ecuación.

◆

$$-2(x+1) = -4(x+2) + 2x + 6$$

$$-2x-2 = -4x-8+2x+6$$

$$-2x-2 = -2x-2$$

$$0 = 0 \text{ VERDADERO}$$

Esto significa que todos los valores de  $x$  satisfacen la ecuación; la ecuación tiene infinitas soluciones.

Ahora se pueden hacer los ejercicios 22 al 41

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Si el lado de un cuadrado se aumenta en 4 cm, el área del cuadrado que se obtiene es igual a  $81\text{cm}^2$ .  
¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

Llamamos  $x$  al lado del cuadrado original, planteamos la ecuación y resolvemos

$$(x+4)^2 = 81$$

$$(x+4) = \sqrt{81} \quad \text{ó} \quad (x+4) = -\sqrt{81}$$

$$x = 9 - 4$$

$$x = -9 - 4$$

$$x = 5$$

$$x = -13$$

Las soluciones de la ecuación son 5 y -13.

Como  $x$  representa el lado de un cuadrado la solución negativa no tiene sentido para nuestro problema: el lado del cuadrado mide 5 cm.

El producto de 2 números enteros impares consecutivos es 3. ¿Cuáles son los números?

(Un número entero impar es de la forma  $2k+1$  con  $k$  entero; el consecutivo, o sea el siguiente impar, es  $2k+3$ .)

Planteamos la ecuación

$$(2x+1)(2x+3) = 3 \quad \text{y resolvemos}$$

$$4x^2 + 6x + 2x + 3 = 3$$

$$4x^2 + 8x = 0$$

$$4x(x+2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad x = -2$$

si  $x = 0$   $2x+1$  es 1,  $2x+3$  es 3; esta es una solución, pues  $1 \cdot 3 = 3$

si  $x = -2$   $2x+1$  es -3,  $2x+3$  es -1; esta es otra solución, pues  $(-1) \cdot (-3) = 3$

Estos problemas se resuelven planteando ecuaciones de segundo grado o *cuadráticas*.

Una ecuación es de segundo grado o cuadrática si se puede escribir en la forma

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{con } a \neq 0 \quad (\text{aparece la incógnita elevada al cuadrado}).$$

Ejemplos:

$$5x^2 - 1 = 0 \quad (b=0) ; \quad 3x^2 - 2x = 0 \quad (c=0) ; \quad \left(x + \frac{1}{2}\right)(x-3) = 0$$

Resolvemos las ecuaciones:

$$\blacklozenge 5x^2 - 1 = 0$$

$$5x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{5}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{5}} \quad \text{ó} \quad x = -\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\diamond 3x^2 - 2x = 0$$

$$x(3x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad 3x - 2 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ó} \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\diamond (x + \frac{1}{2})(x - 3) = 0$$

$$(x + \frac{1}{2}) = 0 \quad \text{ó} \quad (x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad x = 3$$

Para resolver una ecuación de segundo grado o cuadrática escrita en la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , recordemos la fórmula:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a} \quad ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$$

Si  $b^2 - 4ac$  es mayor que cero la ecuación tiene dos soluciones,  
si  $b^2 - 4ac$  es igual a cero tiene una sola solución,  
si  $b^2 - 4ac$  es menor que cero no tiene ninguna solución.

Ejemplos:

$$\diamond 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{3+5}{4} = 2 \quad \text{ó} \quad x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$$

Los valores de  $x$  son 2 y  $-\frac{1}{2}$ .

$$\diamond \frac{-4 + \sqrt{2x^2 + 2}}{3} = 2 \quad \sqrt{2x^2 + 2} = 2 \cdot 3 + 4$$

$$2x^2 + 2 = 10^2 \quad x^2 = \frac{100-2}{2} = 49 \quad x = 7 \text{ ó } x = -7$$

Los valores de  $x$  son 7 y  $-7$ .

$$\blacklozenge 4x^2 - 12x + 9 = 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{12}{8}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

tiene una única solución

$$\blacklozenge 5x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 5 \cdot 2}}{10}$$

no tiene solución

Como  $b^2 - 4ac$  es menor que cero (es  $-31$ ), la ecuación no tiene soluciones reales.

Ahora se pueden hacer los ejercicios 42 al 72.

Presentamos una revisión de las propiedades básicas de las operaciones algebraicas.

## LISTA DE PROPIEDADES

### REGLA DE LOS SIGNOS

$$\text{RS1) } -(-b) = b$$

$$\text{RS2) } a - (-b) = a + b$$

$$\text{RS3) } -(a+b) = -a - b$$

$$\text{RS4) } a(-b) = (-a)b = -ab$$

$$\text{RS5) } (-a)(-b) = ab$$

### POTENCIACIÓN

$$\text{P1) } a^n = a \cdot a \dots a \quad n \text{ veces}$$

$$\text{P2) } a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\text{P3) } (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\text{P4) } (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\text{P5) } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$\text{P6) } \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a \neq 0)$$

$$\text{P7) } a^0 = 1$$

### PRODUCTO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Distintas versiones de la *Propiedad distributiva*

$$\text{D1) } a(b+c) = ab + ac$$

$$\text{D2) } (a+b)c = ac + bc$$

$$\text{D3) } (a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$$

$$\text{D4) } (a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd$$

### Casos particulares:

$$D5) (a+b)(a+b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + 2ab + b^2 \quad (\text{cuadrado de un binomio, suma})$$

$$D6) (a-b)(a-b) = aa - ab - ba + bb = a^2 - 2ab + b^2 \quad (\text{cuadrado de un binomio, resta})$$

$$D7) (a+b)(a-b) = aa - ab + ba - bb = a^2 - b^2 \quad (\text{diferencia de cuadrados})$$

### SUMA DE FRACCIONES

$$Q1) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$Q2) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + \frac{m}{b}c}{m} \quad \text{donde } m \text{ es un m\u00faltiplo com\u00fan de } b \text{ y } d.$$

### PRODUCTO Y COCIENTE DE FRACCIONES

$$PF) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$CF) \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

### POTENCIACIÓN CON EXPONENTE FRACCIONARIO

$$\text{Si } a > 0, \quad a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = (\sqrt[q]{a})^p$$

## RESPUESTAS

PRUEBA DIAGNÓSTICA: c) a) b) b) d) a) c) d)

### OPERACIONES ALGEBRAICAS

1. a)  $-20$  b)  $4$  c)  $\frac{17}{5}$  d)  $-\frac{3}{10}$  e)  $\frac{13}{30}$  f)  $\frac{148}{63}$

2. a)  $26$  b)  $\frac{3}{4}$  c)  $-\frac{1}{3}$  d)  $\frac{2}{15}$  e)  $\frac{2}{35}$  f)  $\frac{6}{5}$

3. a)  $733$  b)  $\frac{21}{25}$  c)  $2$  d)  $\frac{2}{7}$  e)  $-\frac{7}{3}$  f)  $\frac{83}{3}$  g)  $37$  h)  $4$

4. a)  $\frac{3}{4}$  b)  $\frac{4}{25}$  c)  $\frac{1}{6}$  d)  $\frac{8}{3}$

5. a)  $8\sqrt{3}$  b)  $5\sqrt{2}$  c)  $13\sqrt{2}$  d)  $-3$  e)  $-6+\sqrt{35}$  f)  $\frac{x^2+19+8\sqrt{x^2+4}}{x^2-5}$

6. a)  $\frac{1}{49}$  b)  $\frac{2}{9}$  c)  $9$  d)  $\frac{1}{8}$

7. a)  $-4; 0; 21; 17$  b)  $\frac{11}{3}; -\frac{13}{3}; -2; -\frac{10}{3}$  c)  $\frac{34}{45}; \frac{14}{45}; -\frac{1}{9}; -\frac{13}{45}$

d)  $-2x+5; -2x-5; 3x^2-5x; 3x^2-5$  e)  $x^2-1; x^2-2x+1; x^2; x^3-x+1$

f)  $\frac{1-2x^2}{x}; \frac{1-4x^2}{x}; 2; 3-x$

8. a)  $x^2+6x+9$  b)  $x^2-10x+25$  c)  $1-6a^2+9a^4$  d)  $9x^6+12x^3y+4y^2$

e)  $4x^4-4x^3+x^2$  f)  $x^2-25$  g)  $4x^2-9$  h)  $5-\frac{9}{16}x^2$

9. a)  $229; 289; \frac{11}{2}; 3; \frac{7}{5}$  b)  $14; 14-6\sqrt{5}; \frac{-5+\sqrt{5}}{5}; 0; 1-\sqrt{5}$

c)  $10x^2+22x+13; 16x^2+40x+25; \frac{x^2+3x+3}{x+2}; 1; \frac{2x+3}{x+1}$

d)  $10x^2+54x+81; 4x^2+36x+81; \frac{x^2+3x-1}{x}; -\frac{x+4}{x}; \frac{3}{x+3}$

e)  $229x^2$ ;  $289x^2$ ;  $\frac{10x^2+1}{2x}$ ;  $\frac{5x+1}{2x}$ ;  $\frac{7}{5}$

f)  $10x^2-18x+9$ ;  $16x^2-24x+9$ ;  $\frac{x^2-x+1}{x}$ ;  $1$ ;  $\frac{2x-1}{x-1}$

10. a)  $\frac{9a}{4b^4}$  b)  $\frac{5a^5}{12b^3}$  c)  $\frac{5b^6}{12}$  d)  $\frac{y}{z}$

e)  $\frac{x^2y^3}{z}$  f)  $\frac{3y+x+1}{6xy^2}$  g)  $\frac{8xy^2}{4y+x-1}$  h)  $\frac{5x^2y^5}{3y^2+y+x^2}$

11. a)  $\frac{128}{21}$  b) 2 c) 16 d) 9 e) -33 f) 62

12. a)  $\frac{3x^5}{2y^7}$  b)  $\frac{3x^6y^3}{2}$  c)  $\frac{72y}{x}$  d)  $xy$  e)  $\frac{1}{x^2y^2}$

13. a) 27 b)  $-\frac{1}{32}$  c) -8 d)  $\frac{1}{8}$  e) -64 f) 5 g)  $\frac{1}{7}$  h)  $\frac{1}{64}$  i)  $3^{10}$

14. 0,5g de aspirina, 0,7g de vitamina C y 0,8g de excipiente.

15. \$745,2.

16. 62,5%

17. 35%

18. \$126445

19. leche: 1/32 café: 31/32

20. 106,4km/h

21. 170km

#### ECUACIONES LINEALES

22.  $x = 4$

23.  $x = 0$

24.  $x = -12$

25.  $x = -1$

26.  $x = 15/7$

27.  $x = -25/6$

28.  $x = -8$

29.  $x = -2$

30.  $x = 3/10$

31.  $x = -3/2$

32.  $x = 2/3$

33.  $x = -1/2$

34. 5

35. 23

36. 17, 18 y 19

37. 9cm, 4cm y 12cm.

38. 7, 9, 11, 13 y 15

39. 194

40. 15

41. 7



## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

42.  $x = 1/2$ ;  $x = -5/3$

44.  $x = 2$ ;  $x = -2$

46.  $x = 3$ ;  $x = -4$

48.  $x = 1 + \frac{\sqrt{7}}{3}$ ;  $x = 1 - \frac{\sqrt{7}}{3}$

50. no tiene solución

52.  $x = -5/3$

54.  $x = 6$ ;  $x = -11$

56.  $x = 5/2$ ;  $x = -5/2$

58. 3 y 4; -2 y -1

60.  $x = 1$ ;  $x = -2/3$

62.  $x = 3$

64.  $x = 4$ ;  $x = -4$

66.  $x = 3$ ;  $x = -1/2$

68. 5cm

70. 6 ó -7

72. 4, 5 y 6 ó -6, -5 y -4

43.  $x = 0$ ;  $x = 3/2$

45. no tiene solución

47.  $x = -1/2$ ;  $x = 1/3$

49.  $x = -1/2$

51.  $x = 2$ ;  $x = 3$

53.  $x = -2$ ;  $x = -4$

55.  $x = 8$ ;  $x = -3/2$

57. base: 6cm altura: 4cm

59. 18 y 19

61.  $x = 0$ ;  $x = 1$

63. no tiene solución

65.  $x = 1/2$ ;  $x = -1/2$

67. 2cm y 3cm

69. 3cm y 4cm

71. 7 ó -5

**PRUEBA DE SALIDA:** d) a) b) a) b) d)